

**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И ФИНАНСОВ**  
**Кафедра математики и экономической**  
**информатики**

Методическая разработка

по дисциплине

**«Математический анализ»**

для проведения практических занятий и

самостоятельной работы студентов,

обучающихся по направлению 080100.62

«Экономика»

**Казань 2012**

*Обсуждена на заседании кафедры математики и экономической информатики, протокол № 10 от 02.06.2011.*

*Утверждена Учебно-методической комиссией института, протокол №7 от 2.07.2012.*

**Составители:**

к.ф.-м.н., доцент **Хасанова А. Ю.**,  
к.ф.-м.н., доцент **Романова Е. М.**,  
к.ф.-м.н., ст. преп. **Опокина Н. А.**  
к.п.н, ст.преп. **Зайнуллина Л.Н.**

**Рецензент:**

доцент **Воронцова В.Л.**

## **Введение**

Методическая разработка способствует системному изучению дисциплины «Математический анализ» студентами, обучающимися по направлению «Экономика» и включает: вопросы для обсуждения, практические задания, контрольные вопросы, задания для самостоятельной работы, список литературы.

Контрольные вопросы и задания предназначены для проверки качества усвоения лекционного материала. Ответы на контрольные вопросы и задания готовятся студентами самостоятельно и проверяются преподавателем на практических занятиях.

Решение задач в рамках практических занятий позволяет студентам применить теоретические знания, полученные на лекционных занятиях, к практике изучения «Математического анализа».

## **Основная часть**

*Тема 1. Множества и операции над множествами (для самостоятельного изучения)*

### *Вопросы для изучения*

1. Понятие множества, подмножества. Операции над множествами. Элементы математической логики. Сравнение свойств операций над множествами и операций с числами. Взаимно-однозначное соответствие между двумя множествами.
2. Свойства числовых множеств. Множество действительных чисел, изображение их на числовой оси. Непрерывность числовой оси. Счетные и несчетные множества. Замкнутые и открытые множества.
3. Понятие окрестности точки.
4. Абсолютная величина действительного числа и ее свойства.

### *Контрольные вопросы*

1. Какие операции над множествами определены? Объясните, как выполняются эти операции?
2. Определить понятие  $\varepsilon$ -окрестности.
3. Определение абсолютной величины действительного числа и ее геометрический смысл.
4. Сформулируйте свойства абсолютной величины действительного числа.

### *Задания для самостоятельной работы*

Выполнить задание: [1], с.83, №4; [2], №№ 72.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1/ Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.-С.58-62.

2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.- с.15.

### *Тема 2. Прямая линия на плоскости (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Метод координат. Формулы расстояния между двумя точками. Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении.
2. Линии на плоскости. Уравнение линии как геометрического места точек.
3. Прямая линия на плоскости. Виды уравнения прямой. Взаимное расположения прямых. Формула расстояния от точки до прямой.

#### *Практические задания*

[1], с.29 №№ 1-7, с.54 №№1-14; [2], №№1.1-1.6, №№1.14-1.17, №№1.23-1.34, №№1.43-1.60.

#### *Контрольные вопросы*

1. Метод координат на плоскости.
2. Виды уравнения прямой на плоскости.
3. Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты общего уравнения прямой? Как перейти от общего уравнения прямой к уравнению прямой с угловым коэффициентом, к уравнению прямой «в отрезках»?
4. Запишите формулу угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
5. Запишите формулу расстояния от точки до прямой на плоскости.

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Свойства биссектрисы угла. Уравнение биссектрисы.[1], с. 9-54, [2], №№1.7-1.13, №№1.18-1.22, №№1.35-1.42, №№1.61-1.72, [3], №№ 29, 31.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 9-54
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – С.6-15.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.- с. 10-12

### *Тема 3. Кривые второго порядка (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Окружность. Свойства уравнения окружности. Приведение уравнения окружности к каноническому виду.
2. Эллипс, его каноническое уравнение и свойства. Фокусы и эксцентриситет эллипса.
3. Гипербола, ее каноническое уравнение и свойства. Фокусы и эксцентриситет гиперболы. Асимптоты гиперболы.
4. Парабола, ее каноническое уравнение и свойства. Фокус и эксцентриситет параболы. Директриса параболы.

#### *Практические задания*

Решить задачи: [2], №№ 1.73-1.88.

#### *Контрольные вопросы*

1. Почему окружность, эллипс, гипербола и парабола называются кривыми второго порядка?
2. При каких условиях общее уравнение кривой второго порядка является уравнением окружности?

3. Как найти координаты центра и радиус окружности, заданной общим уравнением?

4. Как изменяется кривая второго порядка при увеличении ее эксцентриситета от значения  $\varepsilon = 0$  до значения  $\varepsilon = 2$ ?

5. Как найти полуоси и фокусы эллипса, заданного общим уравнением?

6. Как определить, на какой оси расположены фокусы гиперболы? Почему одна из осей гиперболы называется мнимой?

7. Как найти вершину параболы и определить направление ее ветвей? Какая прямая называется директрисой параболы?

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Исследовать общее уравнение линии второго порядка.
2. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду методом преобразования координат.
3. Выполнить задания: [1], с. 31-54; [2], №№ 1.89-1.102, [3], №№ 261-264.

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.18-21
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.- с. 32-36.

#### *Тема 4. Элементы аналитической геометрии в пространстве(1 занятие)*

##### *Вопросы для обсуждения*

1. Плоскость. Виды уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Прямая линия в пространстве. Виды уравнений прямой. Взаимное расположение прямых в пространстве.

3. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости.

#### *Практические задания*

[2], №№1.103-1.123, №№1.139-1.160.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды уравнений плоскости Вы знаете?
2. Какой вектор называется нормальным вектором плоскости?
3. Как найти угол между двумя плоскостями?
4. Какие виды уравнений прямой в пространстве Вы знаете?
5. Какой вектор называется направляющим вектором прямой в пространстве?
6. Как найти точку пересечения прямой с плоскостью?
7. Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве; прямой и плоскости.

#### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с.9-54; [2], №№1.124-1.138, 1.161-1.180.

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.23-26.



## *Тема 5. Функции одной переменной (для самостоятельного изучения)*

### *Вопросы для изучения*

1. Определение функции как соответствия между двумя множествами.

Функциональная зависимость.

2. Способы задания функций. Область определения функции и ее график.

Свойство однозначности.

3. Графики основных элементарных функций.
4. Сложная функция. Обратная функция. Неявные функции.
5. Производственные функции.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется функцией? Что называется областью определения функции?
2. Указать способы задания функций.
3. Дать определение чётной, нечётной функции.
4. Сформулировать условия существования обратной функции, сложной функции.
5. Можно ли утверждать, что всякое уравнение вида  $\varphi(x; y) = 0$  определяет неявную функцию?
6. Какая область называется экономически обусловленной областью определения производственной функции?

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 83, №№5-6, с.62-74, 304-310; [2], №№ 673-701.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.
2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.- с. 90-92.

## *Тема 6. Предел последовательности (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Числовые последовательности. Свойства числовых последовательностей.
2. Понятие предела числовой последовательности, его геометрическая интерпретация.
3. Теорема о единственности предела последовательности.
4. Необходимый признак сходимости последовательности. Достаточный признак сходимости последовательности.
5. Арифметические операции над пределами.
6. Число  $e$ , натуральные логарифмы.

### *Практические задания*

[1], с.145, №№1-3; [2], №№ 2.1-2.5.

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется последовательностью?
2. Какая последовательность называется ограниченной, монотонной?
3. Какое из следующих утверждений является верным:
  - а) Если последовательность сходится, то она ограничена;
  - б) Если последовательность ограничена, то она сходится?
4. Сформулировать геометрический смысл предела последовательности.
5. Может ли последовательность иметь два предела?
6. В чем состоит достаточный признак сходимости последовательности?
7. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов последовательностей?

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Свойства числовых последовательностей.

[2], №№ 2.6-2.8, [3], №№702-725, №№726-731.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – 576 с.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004. – с. 93-97

### *Тема 7. Предел функции (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие функции одной переменной.
2. Предел функции одной переменной в точке и на бесконечности.
3. Теоремы о функциях, имеющих предел в точке.
4. Действия над пределами. Раскрытие неопределённостей при вычислении пределов.

#### *Практические задания*

[1], с. 146, №№4-7; [2], №№ 2.9, 2.11, 2.13, 2.15(1-14).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие виды неопределенностей встречаются при вычислении пределов?
2. Какие пределы называются односторонними пределами функции в точке?
3. Какие функции называются бесконечно малыми, бесконечно большими функциями в точке, как они связаны между собой?

4. Какой вид неопределенности раскрывается с помощью а) первого замечательного предела; б) второго замечательного предела?

5. Вывести первый замечательный предел.

6. Сформулировать второй замечательный предел.

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Односторонние пределы функции в точке.

2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теорема о связи между ними. Сравнение бесконечно малых функций.

3. Виды неопределенностей при вычислении пределов.

4. Первый и второй замечательные пределы.

[2], №№ 2.10, 2.12, 2.14, 2.15(15-27), [3], №№ 734-813, №№ 836-847

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.33-45.

3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.- с. 97-107

#### *Тема 8. Непрерывность функции (1 занятие)*

##### *Вопросы для обсуждения*

1. Непрерывность функции в точке, в интервале, на отрезке.

2. Свойства функций, непрерывных в точке.

3. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

4. Точки разрыва и их классификация. Исследование характера разрыва.

5. Асимптоты кривых.

## 6. Неполное исследование функции и построение эскиза ее графика.

### *Практические задания*

[1], с. 149, №№8-11; [2], №№.2.18(1-6), 2.19(1-8), 2.21(2, 5, 8, 10, 12, 16, 17, 18, 20-22), 2.22(2, 3), 2.23(4, 6, 8, 13, 15, 17), 2.26(7,8, 14, 16, 20, 21).

### *Контрольные вопросы*

1. Дать определение непрерывности функции в точке.
2. Привести правило предельного перехода для непрерывной функции.
3. Какая точка называется точкой разрыва функции?
4. Дать определение устранимой точки разрыва функции, точки разрыва 1-го и 2-го рода. Привести примеры функций, имеющих эти точки разрыва.
5. При каких условиях существует
  - а) наклонная асимптота кривой;
  - б) вертикальная асимптота кривой?
6. Привести схему неполного исследования функции и построения эскиза графика.

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Непрерывность элементарных функций.
2. Приращение аргумента и приращение функции.
3. Непрерывность сложной функции.
4. Глобальные свойства непрерывных функций (с графической иллюстрацией).

[2], №№.2.18(7-12), 2.19(9-16), 2.21(3, 6, 9, 11, 13, 32, 35, 37, 38, 41), 2.22(1, 4), 2.23(3, 5, 9, 14, 16, 20), 2.26(25, 26, 28, 32, 33, 40).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.46-54.

### *Тема 9. Производная функции (2 занятия)*

#### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Производная функции, ее физический, геометрический и экономический смысл.
2. Основные правила и формулы дифференцирования.
3. Уравнения касательной и нормали к кривой.
4. Непрерывность дифференцируемой функции. Случаи недифференцируемости непрерывных функций.

#### *Практические задания*

[1], с. 252, №№1-134;

[2], №№ 3.24(3, 4, 5, 8), 3.25, 3.27, 3.30(3), 3.34(6, 7, 9), 3.35(7,9,10).

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется производной функции, как обозначаются производные?
2. Сформулируйте физический, геометрический и экономический смысл производной функции.
3. Какая функция называется дифференцируемой в точке, в промежутке?
4. Какие точки называются: угловой точкой, точкой возврата с вертикальной касательной, точкой перегиба с вертикальной касательной?
5. Формулы производных постоянной, суммы, произведения, частного.

### *Задания для самостоятельной работы*

#### 1. Производные элементарных функций.

[1], с. 152-173; [2], №№ 3.14(4, 6, 7), 3.16, 3.17, 3.22, 3.23, 3.30(3), 3.34(5, 8, 10), 3.35(6,11,12), [3], №№ 848-873, №№ 907-936.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 152-252
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.55-63.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

### *Занятие 2*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Правило дифференцирования сложной функции.
2. Метод логарифмического дифференцирования.
3. Производная обратной функции.
4. Производная неявной функции.

#### *Практические задания*

[1], с.252, №№14-15; [2], №№. 3.38(2 – 4, 6, 8 – 13), 3.39, 3.40, 3.45(2 – 5, 11 – 13, 17, 19), 3.49(1 – 3, 6, 7, 9 – 12), 3.50(1 – 9, 14 – 17, 20), 3.51, 3.53(1, 4, 5, 7, 10, 12, 14), 3.62 (2, 4, 5, 7, 9, 11), 3.65, 3.66.

#### *Контрольные вопросы*

1. Сформулировать правило дифференцирования сложной функции.
2. Какая формула связывает производные взаимно обратных функций?

3. Когда применяется метод логарифмического дифференцирования?
4. Какая функция называется неявной функцией? Можно ли утверждать, что всякое уравнение вида  $\varphi(x; y) = 0$  определяет неявную функцию?
5. Как отыскивается производная неявной функции?

*Задания для самостоятельной работы*

[1], с.166-185; [2], №№. 3.41(1, 3, 5, 7-9, 17, 21, 23), 3.42, 3.44, 3.47(1-3, 6, 10, 14-15, 18-20, 23, 24), 3.49(21-25, 28, 30, 32, 35-37), 3.52(1-3, 2-9, 11-15, 23, 26, 27, 29), 3.53(18-28), 3.54(16-17, 24, 33, 22-23), 3.68(2, 4, 6, 10-12), 3.68-3.72.

*Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с.166-252
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – 576 с.

*Тема 10. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков (1 занятие)*

*Вопросы для обсуждения*

1. Дифференциал функции его геометрический смысл.
2. Дифференциал постоянной, суммы, произведения, частного.
3. Дифференциал сложной функции.
4. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
5. Производные высших порядков.
6. Дифференциалы высших порядков.



### *Практические задания*

[1], с. 253, №№10-15; [2], №№ 3.77(2, 4, 6, 7, 8, 10), 3.78(1-6), 3.79(1-4), 3.80(2, 6, 8), 3.82, 3, 85, 3.89(2, 5, 8).

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется дифференциалом функции? Сформулируйте геометрический смысл дифференциала.
2. Как связаны между собой дифференциал и производная функции? В чем различие между ними?
3. Сформулируйте свойства (арифметические операции) дифференциала.
4. В чем состоит свойство инвариантности дифференциала 1-го порядка?
5. Как определяется производная n-го порядка функции?
6. Запишите формулы дифференциалов 1-го, 2-го, 3-го, ..., n-го порядков функции.

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с.186-195; [2], №№. 3.77(19, 21, 23-25, 27, 28), 3.78(7-12), 3.79(7-11), 3.80(4, 5, 9), 3.81, 3.83, 3.100(1-7).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1 / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с.186-253
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.77-82

*Тема 11. Применение дифференциального исчисления для исследования функций (2 занятия)*

*Занятие 1*

*Вопросы для обсуждения*

1. Теорема Ферма, геометрический смысл. Критические точки функции.
2. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
3. Правило Лопиталя.
4. Исследование функций на возрастание (убывание).

*Практические задания*

[1], с. 254, №№16-19; [2], №№ 4.1(2, 3, 6, 9, 10), 4.3(1-4), 4.4(2, 4, 5, 6, 8, 9), 4.5(1-5), 4.10(1, 4-6, 8-10,13, 17, 21, 23, 26), 4.11(1, 5, 6, 10).

*Контрольные вопросы*

1. Какими свойствами должна обладать функция в точке  $x_0$  и в ее окрестности для того, чтобы в ней можно было применить теорему Ферма? Как называется точка, если в ней выполняется теорема Ферма для функции  $y=f(x)$ ?
2. Сформулируйте условия, при которых на отрезке  $[a, b]$  к функции  $y=f(x)$  применима теорема Ролля?
3. В чем состоит геометрический смысл теоремы Лагранжа?
4. В каких случаях при вычислении пределов можно применять правило Лопиталя?
5. Выберите верное утверждение:
  - а) Если в точке  $x_0$  дифференцируемая функция имеет экстремум, то в этой точке производная функции равна нулю;
  - б) Если в точке  $x_0$  производная функции равна нулю, то в этой точке функция имеет экстремум.
6. Сформулируйте необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции в интервале.

### *Задания для самостоятельной работы*

#### 1. Экстремумы функций.

[1], с 195-218, [2], №№4.6(2-9), 4.8(1-7), 4.9(1-5), 4.10 (29-38, 44-46, 50-52), 4.11(13, 16, 21, 22).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 195-218

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.83-91.

### *Занятие 2*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Исследование функций на экстремум.
2. Исследование кривых на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
3. Полное исследование функции и построение графиков.
4. Темпы изменения функции.
5. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Решение экономических задач.

### *Практические задания*

[1], с. 254, №№19-21; [2], №№ 4.12(1-8), 4.13(2-7), 4.15, 4.17, 4.18, 4.30(2, 3, 5), 4.31, 4.32, 4.36, 4.38(12, 14, 16), 4.39(1, 3, 7, 9).

### *Контрольные вопросы*

1. Какие условия должны выполняться для функции  $f(x)$ , чтобы ее точка была критической?

2. Сформулируйте достаточные условия существования экстремума функции (1-е и 2-е правила).

3. Какая кривая называется выпуклой (вогнутой) в интервале  $(a, b)$ ?

4. Какая точка графика называется точкой перегиба?

5. Сформулируйте достаточные условия выпуклости, вогнутости кривых, необходимые условия существования точки перегиба.

6. Назовите виды точек перегиба и сформулируйте условия, при которых имеет место тот или иной вид точки перегиба.

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Темпы изменения функций.

[1], с. 219-249; [2], №№ 4.12(15-23), 4.13(13-19), 4.14, 4.16, 4.19, 4.30(13, 18, 24), 4.33, 4.34, 4.37, 4.38(8, 11, 49, 54,68), 4.39(2, 4, 6, 8, 14, 22).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 219-254

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.91-104.

### *Тема 12. Применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях (2 занятия)*

#### *Занятие I*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Производственные функции.

2. Экономически обусловленная область определения производственных функций.

3. Эластичность функции. Экономическая оценка.

4. Исследование динамики функций полных, предельных, средних издержек, построение их графиков, экономический анализ.

#### *Практические задания*

[1], с. 327, №№1-5, 7, 8, 11, 12; [2], №№ 5.1(1, 4, 5, 7), 5.3(1,3), 5.4(1,3), 5.5(3,4), 5.7(1,2, 4,5), 5.8(3), 5.10, 5.12(2,6), 5.13(3), 5.18(1, 6), 5.21(2), 5.26(4).

#### *Контрольные вопросы*

1. Назовите известные Вам производственные функции.
2. В какой четверти координатной плоскости располагаются графики производственных функций?
3. Сформулируйте определение, экономический смысл и свойства эластичности функции.
4. Какие функции называются эластичными, неэластичными, нейтральными, совершенно эластичными, совершенно неэластичными?
5. Приведите схему исследования динамики производственных функций.

#### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 304 – 323, [2], №№ 5.2(1, 4), 5.5(1, 2, 5), 5.6(2, 3), 5.14(1 – 4), 5.15(3), 5.16(2, 3, 4), 5.23(1, 2, 4), 5.26(5, 6).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 304 – 323
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.105-112

## *Занятие 2*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Исследование динамики полной выручки в зависимости от эластичности спроса,
2. Необходимое и достаточное условия получения максимальной прибыли.
3. Функция полезности.
4. Кривые безразличия.

### *Практические задания*

[1], с.326, № 19, с.329, № 12-13; [2], №№ 5.22(1, 3), 5.27(2, 4), 5.28(1,3).

### *Контрольные вопросы*

1. Выведите формулу зависимости полной выручки от эластичности спроса.
2. Как влияет эластичность спроса на поведение функции полной выручки?
3. Сформулируйте необходимое и достаточное условия получения максимальной прибыли.
4. Дайте определение функции полезности.
5. Охарактеризуйте кривые безразличия.
6. Какие кривые относятся к кривым Энгеля?

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с.323 – 325; [2], №№ 5.22(2, 4), 5.29(1 – 3), 5.30(1 – 3), [3], с. 101 – 106.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с.323 – 325.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.112-113.

3. Валитов Ш.М., Марданов Р.Ш. Математика в экономике: Учебное пособие для экономических специальностей вузов. – М.: Изд-во «Экономика», 2011.- с. 101 – 106.

### *Тема 13. Функции многих переменных (2 занятия)*

#### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Плоские точечные множества.
2. Понятие функции двух переменных и функции нескольких переменных.
3. Область определения, график функции двух переменных.
4. Функция Кобба-Дугласа.
5. Предел и непрерывность функции нескольких переменных; функции двух переменных.
6. Частные производные и полный дифференциал 1-го порядка функций нескольких переменных.

#### *Практические задания*

[1], с. 298 – 301 , №№1 – 7; [2], №№ 6.1(2 – 6, 9, 11), 6.2, 6.4, 6.5, 6.9(1– 4), 6.18, 6.19, 6.21(1-6), 6.23, 6.24, 6.25, 6.35(1-11), 6.38, 6.39, 6.46(2-6).

#### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определения открытого и замкнутого, ограниченного и не ограниченного плоских множеств.
2. Дайте определение функции двух переменных.
3. Что представляет собой график функции двух переменных?

4. Какая функция называется функцией Кобба-Дугласа?
5. Как вычисляются пределы функции двух переменных?
6. Сформулируйте правила нахождения частных производных 1-го порядка функции двух переменных.
7. Напишите формулу полного дифференциала 1-го порядка функции двух переменных.

#### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 257-274; [2], №№ 6.10(1-7, 10), 6.11, 6.13, 6.14(2-5), 6.17(1-3), 6.27, 6.29(1-7), 6.30 – 6.33, 6.41(1-9), 6.42, 6.51(1-5).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 257-274, с. 298 - 301.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.114-123.

#### *Занятие 2*

##### *Вопросы для обсуждения*

1. Градиент функции нескольких переменных.
2. Производная по направлению.
3. Частные производные и полный дифференциал 2-го порядка функций двух переменных.
4. Квадратичные формы.

##### *Практические задания*

[1], с. 301, №8;

[2], №№ 6.69(1-5), 6.70, 6.71, 6.73, 6.80(1-6), 6.82, 6.84(1-3), 6.104, 6.105.



### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение градиента функции нескольких переменных.
2. Напишите формулу производной функции двух переменных по направлению.
3. Сколько различных производных 2-го порядка имеет дифференцируемая функция двух переменных? Как они определяются?
4. Напишите формулу полного дифференциала 2-го порядка функций двух переменных.
5. Дайте определение квадратичной формы и назовите типы квадратичных форм.

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 274-277; [2], с. 126-135, №№ 6.75, 6.76, 6.78, 6.85(1-6), 6.86, 6.88, 6.89, 6.106, 6.107.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 274-277
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.127-136.

### *Тема 14. Экстремумы функций многих переменных (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие безусловного экстремума функции двух переменных.
2. Необходимое условие существования безусловного экстремума; достаточное условие его существования.
3. Условный экстремум функции двух переменных. Функция Лагранжа.

### *Практические задания*

[1], с. 302, №№ 10 – 12; [2], №№ 6.90(1 -5, 9 -11), 6.92(1 -5).

### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение безусловных максимума и минимума функции двух переменных.
2. Какие точки называются критическими точками функции двух переменных?
3. Можно ли утверждать, что критические точки – это точки экстремума функции двух переменных?
4. Сформулируйте достаточное условие существования безусловного экстремума функции двух переменных.
5. В чем отличие условного экстремума функции двух переменных от безусловного?
6. Какое уравнение называется уравнением связи?
7. Запишите функцию Лагранжа и сформулируйте а) необходимое условие существования условного экстремума; б) достаточное условие существования условного экстремума.

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 277 – 298; [2], №№ 6.91(1 -8), 6.98(1 -6).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 277 – 302.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.130-132.

*Тема 15. Экономические задачи на условный экстремум функций двух переменных (1 занятие)*

*Вопросы для обсуждения*

1. Алгоритм решения экономических задач с помощью классических методов оптимизации.
2. Ограничения, накладываемые на переменные при решении экономических задач.

*Практические задания*

[1], с. 303, № 12; [2], №№ 6.93 – 6.97.

*Контрольные вопросы*

1. Какие методы решения задач относятся к классическим методам оптимизации?
2. Как составляется экономико-математическая модель экономической задачи на условный экстремум?

*Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 287 – 296; № 13; [2], №№ 6.99 – 6.103.

*Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. - с. 287 – 303.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.132-135.

## *Тема 16. Неопределенный интеграл (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Первообразная функция и ее свойства.
2. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица формул интегрирования. Инвариантность формул интегрирования.
4. «Неберущиеся» интегралы.

### *Практические задания*

[1], с.378, № 1(а); [2], №№ 7.1(2, 4, 5, 6, 9, 11, 14, 15, 17 – 23, 25 – 29), 7.3, 7.4(1, 5, 7, 8, 10, 12, 14 – 16, 17 – 19, 21 – 25, 31 – 35), 7.5(1 – 4, 6 – 11, 16 – 18), 7.6(1 – 10).

### *Контрольные вопросы*

1. Какая формула связывает функцию и ее первообразную?
2. Сколько первообразных имеет непрерывная функция?
3. Дайте определение неопределенного интеграла и сформулируйте его свойства.
4. В чем состоит свойство инвариантности формул интегрирования?

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Таблица формул интегрирования.
2. «Неберущиеся» интегралы.

[1], с. 331 – 346; [2], №№ 7.2(2-6, 8, 9, 11, 13, 15, 16, 18, 20, 24), 7.7, 7.8(1-17), 7.9(1-11, 15-17).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 331 – 346

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.137-145.

### *Тема 17. Методы интегрирования (3 занятия)*

#### *Занятие 1*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Методы разложения и подведения под знак дифференциала.
2. Метод замены переменной.
3. Интегрирование по частям.

#### *Практические задания*

[1], с. 378, №1(а-б); [2], №№ 7.11(1-9, 15, 28).

#### *Контрольные вопросы*

1. На каких свойствах неопределенного интеграла основан метод разложения?
2. Какие свойства дифференциала функции применяются при подведении функций под знак дифференциала?
3. Изложите основы метода замены переменной.
4. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям?

#### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 346-361; [2], №№ 7.12(2-14, 17, 21, 22, 26).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 346-361

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.140-148.

### *Занятие 2*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Интегрирование простейших дробей.
2. Интегрирование рациональных дробей.
3. Правило разложения на простейшие дроби.

#### *Практические задания*

[2], №№ 7.13(1-15, 26, 29, 31).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какая алгебраическая дробь называется правильной? Неправильной? Приведите примеры.
2. Какие дроби называются простейшими? Приведите примеры.
3. Когда и как производится разложение правильной дроби на простейшие? Приведите примеры.

#### *Задания для самостоятельной работы*

[2], №№ 7.14(1-16,18-20, 28, 30).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001. - с. 346-378.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А.

Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.149-150.

### *Занятие 3*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Интегрирование тригонометрических функций.
2. Интегрирование простейших иррациональных функций.

#### *Практические задания*

[1], с. 378, №1(в-д); [2], №№ 7.15(2, 4-7, 9, 11, 15-17, 22, 24, 26, 28), 7.16(1-6), 7.19(1-11, 13-20, 27, 33).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие методы и формулы применяются при интегрировании тригонометрических функций?
2. Какой метод чаще всего применяется при интегрировании простейших иррациональных функций?
3. При интегрировании каких иррациональных функций применяются тригонометрические подстановки?

#### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 361-377; [2], №№ 7.17(1-24), 7.18(1-6).

#### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- 361-378.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.153-157.

## *Тема 18. Определенный интеграл (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие определенного интеграла.
2. Свойства определенного интеграла, классы интегрируемых функций.
3. Теорема о среднем значении определенного интеграла.
4. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Вычисление определенного интеграла.

### *Практические задания*

[1], с.419, №23;

[2], №№ 8.1(3, 5, 8-15), 8.2(1-6, 10-13,17,19), 8.3(4), 8.4(1), 8.9(3, 6, 19, 20).

### *Контрольные вопросы*

1. Что называется интегральной суммой данной функции  $f(x)$  на данном отрезке  $[a;b]$ ?
2. Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке?
3. В чем состоит свойство сохранения знака определенного интеграла?
4. В чем состоит свойство аддитивности определенного интеграла?
5. Разъясните смысл формулы Ньютона-Лейбница.
6. В чем состоит метод замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле?

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Определенный интеграл, как предел интегральной суммы.
2. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
3. Вычисление площадей криволинейных фигур.

[1], с. 384-418;

[2], №№ 8.5(2-15), 8.6(1-12, 19, 29, 31), 8.7, 8.8(2-3), 8.13(4, 10, 15, 17).



### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 384-419
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.159-163.

### *Тема 19. Приближенное вычисление определенного интеграла (для самостоятельного изучения)*

#### *Вопросы для изучения*

1. Метод прямоугольников.
2. Метод трапеций.
3. Формула Симпсона.

#### *Контрольные вопросы*

1. Изложите метод прямоугольников приближенного вычисления определенного интеграла.
2. В чем состоит метод трапеций?
3. Чем отличается формула Симпсона от формулы трапеций?

#### *Задания для самостоятельной работы*

[2], №№1767-1777.

### *Рекомендуемая литература*

1. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука. – 2003. – Глава XIV, с. 250 – 253.
2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

## *Тема 20. Несобственные интегралы (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Определение и геометрическая интерпретация несобственных интегралов от непрерывной функции по бесконечному промежутку.
2. Понятие сходимости несобственных интегралов 1-го рода.

### *Практические задания*

[1], с. 436, №№ 6, 7, 8(в); [2], №№ 8.27(1-15), 8.28(1-11).

### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение несобственного интеграла от непрерывной функции по бесконечному промежутку, приведите примеры.
2. Какие интегралы относятся к несобственным интегралам I рода?
3. Какие несобственные интегралы называются сходящимися; расходящимися?

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 425-436; [2], №№ 8.33(1-19), 8.34(1-15), 8.35.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 425-436
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.171-176.

## *Тема 21. Кратные интегралы (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие двойного интеграла.

2. Изменение порядка интегрирования.
3. Вычисление двойного интеграла.
4. Применение двойного интеграла.

#### *Практические задания*

[2], с. 226-227, №№ 2292-2303, 2331-2338, 2360-2364.

#### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение двойного интеграла и его геометрический смысл.
2. Сформулируйте свойства двойного интеграла.
3. Как свести двойной интеграл к повторному?
4. Какие геометрические величины вычисляются с помощью двойных интегралов?

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Свойства двойного интеграла.

[1], с. 316-328; [2], №№ 2304-2311, 2348-2354, 2365-2368.

#### *Рекомендуемая литература*

1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. - с. 316-328
2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004, с. 226-228.

#### *Тема 22. Числовые ряды (2 занятия)*

##### *Занятие 1*

##### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие числового ряда.
2. Понятие сходимости и суммы ряда.
3. Свойства сходящихся числовых рядов.

4. Необходимый признак сходимости.

5. Знакоположительные ряды. Признак сравнения сходимости  
знакоположительных рядов.

### *Практические задания*

[1], с. 479, №№ 9, 10, 17(1,10), [2], №№ 9.1, 9.2, 9.4(1-5, 9, 15).

### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение числового ряда.
2. Какой ряд называется сходящимся; расходящимся? Дайте определение частичной суммы, суммы ряда.
3. В чем отличие конечного суммирования от бесконечного?
4. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
5. Можно ли утверждать, что ряд сходится, если общий член ряда стремится к нулю при  $n \rightarrow \infty$ ? Приведите пример.
6. Можно ли утверждать, что ряд расходится, если предел общего члена ряда не равен нулю при  $n \rightarrow \infty$ ? Приведите пример.
7. Сформулируйте достаточный признак расходимости ряда.
8. Перечислите свойства сходящихся рядов.

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 439-461; [2], №№ 9.8, 9.9, 9.10(1-4, 10, 13, 16).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 439-461
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.177-180.

## *Занятие 2*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: интегральный признак сходимости Коши, признак Даламбера, радикальный признак сходимости Коши.
2. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница,
3. Понятие абсолютной и условной сходимости знакопеременных рядов.

### *Практические задания*

[1], с. 480, №17(2-15); [2], №№ 9.3(1-12), 9.5(1-6), 9.6, 9.7(1-10).

### *Контрольные вопросы*

1. Какие достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами Вы знаете? Сформулируйте их.
2. Какой ряд называется знакопередающим? Каким признаком пользуются для выяснения сходимости таких рядов? Сформулируйте его.
3. Дайте понятие абсолютной и условной сходимости числовых рядов?
4. Перечислите свойства абсолютно сходящихся рядов.

### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 461-479; [2], №№ 9.10(1-39).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 461-480.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.181-183.

### *Тема 23. Функциональные ряды (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Понятие функционального ряда.
2. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда.
3. Теорема Абеля.
4. Нахождение интервала и радиуса сходимости степенного ряда.
5. Свойства сходящихся степенных рядов.

#### *Практические задания*

[1], с. 522, №№1; [2], №№ 9.11(1-5), 9.12, 9.16(1-10).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какой ряд называется функциональным? Что называется областью сходимости функционального ряда. Приведите примеры.
2. Какой ряд называется степенным?
3. Что называется интервалом сходимости степенного ряда? Приведите примеры.
4. Можно ли утверждать, что область сходимости степенного ряда совпадает с интервалом сходимости?
5. Сформулируйте теорему Абеля. Что называется радиусом сходимости степенного ряда?
6. Как проводится дифференцирование и интегрирование степенных рядов?

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Свойства сходящихся степенных рядов.

[1], с. 483-499; [2], №№ 9.14(1-3), 9.15(1-7), 9.17(1-14).

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 483-499
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.186-188.

### *Тема 24. Применение рядов (1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Ряды Тейлора и Маклорена.
2. Примеры разложения функций в ряды Маклорена.
3. Применение рядов в приближенных вычислениях.

#### *Практические задания*

[1], с. 523, №№ 2, 3; [2], №№ 9.18(1, 2, 4, 6, 8, 9), 9.19(1-4), 9.20(2, 4, 5), 9.21(1-5), 9.29(4, 6, 8), 9.30, 9.31(2, 4), 9.33.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какой ряд называется рядом Тейлора?
2. Сформулируйте условия разложимости функций в ряд Тейлора.
3. Какой ряд называется рядом Маклорена?
4. Разложите в ряд Маклорена функции:  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)^m$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ .

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Разложение в ряд Маклорена функций:  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)^m$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$ .  
[1], с. 499-522; [2], №№ 9.23(1, 3-5, 7-10), 9.24(1-4), 9.27(1-6), 9.35(2, 4, 7), 9.36, 9.37(2, 4), 9.39, 9.40.

### *Рекомендуемая литература*

1. Математика для экономических специальностей вузов. Ч.1. / Под ред. Р.Ш. Марданова.- Казань: Изд-во КГФЭИ, 2001.- с. 499-522
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.188-193.

### *Тема 25. Дифференциальные уравнения(1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Основные понятия и определения.
2. Понятие общего и частного решений, геометрическая интерпретация решения дифференциального уравнения.
3. Теорема существования и единственности частного решения.
4. Понятие особого решения.
5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

#### *Практические задания*

[2], с. 194-198; №№ 10.1(1-6), 10.2(2, 3, 5, 7), 10.3(107), 10.4(1, 3, 4, 6), 10.5, 10.6.

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие уравнения называются дифференциальными?
2. Дайте определение и геометрическую интерпретацию общего и частного решений дифференциального уравнения.
3. Какое решение дифференциального уравнения называется особым?
4. Сформулируйте задачу Коши, теорему Коши о существовании и единственности частного решения дифференциального уравнения 1-го порядка.
5. Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.



### *Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 388-394; [2], №№ 10.7(2-5), 10.8(1-5), 10.9(1-6), 10.10, 10.11.

### *Рекомендуемая литература*

1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. –М.: ИНФРА-М, 1998. - с. 388-394.

2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.194-201.

*Тема 26. Дифференциальные уравнения первого порядка и уравнения, допускающие понижение порядка (1 занятие)*

### *Вопросы для обсуждения*

1. Однородные дифференциальные уравнения.
2. Линейные дифференциальные уравнения.
3. Уравнения Бернулли.
4. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
5. Приложение дифференциальных уравнений 1-го порядка в экономике.

### *Практические задания*

[2], с. 200-203, 210; №№ 10.12(1-5, 7-12), 10.13(4-6), 10.16(2-8), 10.17(1-7), 10.18(1-3, 5-9), 10.21-10.23, 10.34(1-3), 10.35(1-2, 9-11, 15-18).

### *Контрольные вопросы*

1. Какая функция называется однородной функцией  $k$ -го порядка;  $0$ -го порядка?
2. Дайте определение однородного дифференциального уравнения.
3. К какому виду можно преобразовать однородные дифференциальные уравнения?

4. Какая подстановка позволяет преобразовать однородное дифференциальное уравнение к уравнению с разделяющимися переменными?
5. Какие уравнения называются линейными дифференциальными уравнениями; уравнениями Бернулли?
6. Каким методом решаются линейные дифференциальные уравнения и уравнения Бернулли?
7. Какие дифференциальные уравнения 2-го порядка допускают понижение порядка?
8. Приведите примеры приложений дифференциальных уравнений в экономике.

*Задания для самостоятельной работы*

[1], с. 393-402; [2], №№ 10.14(1-6, 8-11), 10.15(1-7), 10.24(2-10), 10.25(2-6), 10.26(1-5), 10.27(1-5), 10.29, 10.36(1-3), 10.37(1, 3-4, 11-14, 21-24).

*Рекомендуемая литература*

1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. –М.: ИНФРА-М, 1998. - с. 393-402.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с.201-212.

*Тема 27. Комплексные числа (1 занятие)*

*Вопросы для обсуждения*

1. Понятие комплексного числа. Геометрическое изображение комплексного числа.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Арифметические операции над комплексными числами.

4. Показательная и тригонометрическая формы записи комплексного числа. 5. Сопряженные комплексные числа.

#### *Практические задания*

[2], с. 83-84, №№ 630-645.

#### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение мнимой единицы и комплексного числа.
2. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
3. Приведите различные формы записи комплексного числа.
4. Как выполняются арифметические действия с комплексными числами?
5. Какие комплексные числа называются сопряженными?

#### *Задания для самостоятельной работы*

1. Понятие функции комплексного переменного.

[1], с.299-306; [2], №№ 650-658.

#### *Рекомендуемая литература*

1. Демидович Б. П., Кудрявцев В. А. Краткий курс высшей математики.— М.: АСТ, Астрель, 2001. - с.299-306
2. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Изд-во Физико-математической литературы, 2004.

### *Тема 28. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка(1 занятие)*

#### *Вопросы для обсуждения*

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Характеристическое уравнение, его корни.
3. Общее решение линейного однородного дифференциального

уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

4. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

5. Методы решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений.

6. Частное и общее решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### *Практические задания*

[2] №№ 10.38(2-6, 9-11), 10.39(1-3), 10.42(1-6), 10.43(1-3, 5-7, 11, 15, 18, 29, 30).

### *Контрольные вопросы*

1. Дайте определение однородного и неоднородного линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

2. Какое уравнение называется характеристическим?

3. Запишите формулы общих решений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами для различных случаев решений характеристического уравнения.

4. В каких случаях частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами может быть определено по виду правой части уравнения?

5. Какой метод используется для отыскания частного решения по виду правой части уравнения?

### *Задания для самостоятельной работы*

1. Метод вариации произвольных постоянных.

[2] №№ 10.40(1-13), 10.41, 10.44(1-7), 10.45(1-19, 23-24).

*Рекомендуемая литература*

1. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. Учебник. – М.: ИНФРА-М, 1998. - с.402-410.
2. Сборник задач по математике для экономистов: учебное пособие для экономических специальностей вузов./ Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова, Р. А. Султанов, А. Г. Фатыхов; под научной редакцией проф. Р. Ш. Марданова.- Казань: Казан. Гос. Ун.-т, 2009. – с. 212-216.